自己同期現象へのシナジェティク・アプローチ

北大・薬　相 沢 洋 二

生体系は一般的に非平衡状態下にあり，そのことにより多くのリズム現象が見られる。しかも，それらの多くは同期し合っている事が特徴的である。

最近，Kuramoto〔1〕によって論じられた次のタイプの散逸力学系の自己同期現象を調べる。

$$\frac{dW_n}{dt} = i\,\omega_n W_n + P_n(W_n) + \varepsilon F_n(\{W_k\}) \tag{1}$$

$$(n = 1, 2, \cdots, N)$$

W_n は n 番モードの状態変数で complex value，ω_n は振動数で real とする。$P_n(W_n)$ は非線形項で，例えば $W_n(1-|W_n|^2)$ のようなものとする。$\varepsilon F_n(\{W_k\})$ は他モードとの結合をあらわす。ω_n の分布関数 $f(\omega)$ が $\omega=\omega_0$ にするどいピークをもつものとする。

$$f(\omega) = \frac{\gamma}{\pi}\frac{1}{\gamma^2+(\omega-\omega_0)^2}$$

γ は positive const. とする。

或る種の平均場近似〔2〕により，(1) 式は次のようになる。

$$\frac{dW_n}{dt} = i\,\omega_n W_n + P_n(W_n) - \varepsilon W_n + \varepsilon e^{-\gamma/\varepsilon}|W_n|\,e^{i\omega_0 t} \tag{2}$$

$$(n = 1, 2, \cdots, N)$$

ここで $F_n(\{W_k\}) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(W_k - W_n)$ とした。

(2) 式は (1) の自己同期系を，外部同期系に近似的に変換したことになっている。同期したモードに対しては，$W_n = \rho_n\, e^{i\phi_n}$ とおいて，

$$\rho_n = \sqrt{1-\varepsilon\left(1-e^{-\gamma/\varepsilon}\cos\left(\sin^{-1}\frac{\Delta_n}{\Delta_0}\right)\right)} \tag{3}$$

$$\phi_n = \omega_0 t + \sin^{-1}\frac{\Delta_n}{\Delta_0} + \overline{\psi}_0$$

ここで，$\overline{\psi}_0$ は定数，$\Delta_n = \omega_n - \omega_0$，$\Delta_0 = \varepsilon e^{-\gamma/\varepsilon}$。 また，$\Delta_0 > |\Delta_n|$ を満足する同期モードの割合を σ とすると，

$$\sigma = \frac{2}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{\varepsilon}{\gamma}e^{-\gamma/\varepsilon}\right) \tag{4}$$

(3)，(4) 式の結果は，γ/ε の値が十分小さい場合に数値実験の結果を良く説明している。

同期していないモードの振舞いも，平均場近似にもとづく (2) 式で良く説明される事を報告した。

参 考 文 献

(1) Y. Kuramoto, Mathematical Problems in Theoretical Physics, ed. by H. Araki (Springer-Verlag, Berlin, 1975), 420

(2) Y. Aizawa, Phys. Lett. **54A** (1975), 485